

問題12 物理数学 (125点)

以下の問い(問1~問3)に答えよ。

問1 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。

問2 三次元直交直線座標系におけるベクトル場  $A$  が、 $A = x^2y\mathbf{i} + xy^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  で与えられているとき、 $\operatorname{div} A$ ,  $\operatorname{rot} A$ ,  $\operatorname{div}(\operatorname{rot} A)$  を求めよ。ただし、 $x, y, z$  方向の単位ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  とする。

問3 次の常微分方程式に関する (a)・(b)の問いに答えよ。

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + 5 \frac{df(x)}{dx} + 4f(x) = G(x)$$

(a)  $G(x) = 0$  の場合、常微分方程式を解き、 $f(x)$  を求めよ。

(b)  $G(x) = 2x + 5$  の場合、常微分方程式を解き、 $f(x)$  を求めよ。