

問題10 力学 (125点)

以下の問い (問1～問3) に答えよ。万有引力定数は $G$ とする。ベクトルは文字の上に矢印  $\vec{\quad}$  をつけて表すことにする。

問1 質量 $m$ の質点Pの位置ベクトルを $\vec{r}$ 、質量 $M$ の質点Qの位置ベクトルを $\vec{R}$ とする。質点Pが質点Qに及ぼす万有引力のベクトルを $\vec{F}$ とすると、その

大きさ $F = |\vec{F}|$ は

$$F = \frac{GmM}{|\vec{r} - \vec{R}|^2}$$

という式で与えられる。ベクトル $\vec{F}$ を $G$ 、 $m$ 、 $M$ 、 $\vec{r}$ 、 $\vec{R}$ を用いて表せ。

問2 次の文の [ ア ] に当てはまる式を $G$ 、 $\rho(\vec{r})$ 、 $\vec{r}$ 、 $\vec{R}$ を用いて表せ。

物質がある領域 $V$ の中で分布していて、その密度が位置ベクトル $\vec{r}$ の関数 $\rho(\vec{r})$ で与えられているとする。領域外の物質による重力は無視できるものとする。慣性系で位置ベクトルが $\vec{R}$ である点における重力加速度 $\vec{g}(\vec{R})$ を重積分で表すと

$$\vec{g}(\vec{R}) = \iiint_V [\text{ア}] dV$$

となる。ここで $dV$ は $\vec{r}$ の3次元の体積要素である( $\vec{r}$ のデカルト座標を $x$ 、 $y$ 、 $z$ とするととき $dV = dx dy dz$ である)。

(次ページに続く)