問３　半径R_Pの球対称の天体を考える。天体に固定された座標系は慣性系であるとする。天体の中心からの距離をR，半径Rの球内に含まれる質量を$M(R)$で表す。中心からの距離Rの位置での重力加速度の大きさ（絶対値）は

$$g(R)=\frac{GM(R)}{R^2}$$

という式で与えられる。天体の物質の密度が$0\le R\le R_c$ではρ_c，$R_c<R\le R_P$ではρ_mに等しいとしよう。ここでρ_mとρ_cはそれぞれ正の定数である。$R_P<R$の領域は真空とする。

（１）この天体の重力加速度の大きさ$g(R)$を$0\le R\le R_c$，$R_c<R\le R_P$および$R_P<R$のそれぞれの領域で求めよ。解答はG，ρ_m，ρ_c，R_c，R_PおよびRの内で必要なものを用いて表せ。

（２）無限遠$R=\infty$を基準に取るとき，重力による単位質量の質点の位置エネルギー（ポテンシャル）Ψを半径Rの関数として求めるためにはどのような定積分をすればよいか。定積分の式を$g(R)$，R，dR，∞および積分記号$\int$を用いて表せ。

（３）この積分の計算を実行してΨを$0\le R\le R_c$，$R_c<R\le R_P$および$R_P<R$のそれぞれの領域で求めよ。解答はG，ρ_m，ρ_c，R_c，R_PおよびRの内で必要なものを用いて表せ。