

(問題9の続き)

問4 以上より境界条件を満足する一般解は,

$$\frac{a_0}{2} = A_0 C_0, \quad a_n = A_n C_n, \quad b_n = B_n C_n, \quad (n=1,2,3,\dots) \quad \text{と置くと,}$$

$$T(x,t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \exp(-Kn^2 t) \quad (6)$$

で与えられる.

ここで初期条件 $T(x,0) = f(x)$ を満たす解を求める.

$f(x)$ は $f(0) = f(2\pi)$, $f'(0) = f'(2\pi)$ を満たす任意の関数である.

初期条件を満たす積分定数 a_n , b_n を求めよ.

問5 問4で求めた解で, 初期条件が(7)で与えられる場合, 無限に時間が経過した後の温度分布を求めよ. ただし, T_1 , T_2 , T_3 は定数である.

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= T_1, & 0 < x < \frac{2}{3}\pi \\ f(x) &= T_2, & \frac{2}{3}\pi < x < \frac{4}{3}\pi \\ f(x) &= T_3, & \frac{4}{3}\pi < x < 2\pi \end{aligned} \right\} \quad (7)$$