平成 19 年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

(全 17 ページ)
(300 点)

注意事項

(1) この問題冊子には、合計９題が出題されている。

問題１　地質学	問題２　古環境学・古生物学	問題３　岩石学・鉱物学
問題４　一般化学	問題５　地球化学	問題６　熱力学
問題７　力学	問題８　電磁気学	問題９　物理数学

(2) 第１志望・第２志望ともに、岩石循環科学、地球進化史、古環境学、初期太陽系進化学、有機宇宙地球化学、希元素地球化学、地球惑星物質科学、地球惑星博物学の各専門分野を志望する受験生は、９問題の中から任意に３問題を選択すること。

(3) 第１志望または第２志望で、太陽地球系物理学、宇宙地球電磁気学、中層大気科学、対流圏科学、地球流体力学、固体地球惑星力学、地球内部ダイナミクス、観測地震・火山学の各専門分野を志望する受験生は、問題６～問題９(上記の下線を引いた問題)の中から少なくとも２問題を含む、合計３問題を選択すること。下線を引いた問題以外から２問題以上選択した場合は、１問題のみを有効とし、他の解答問題は無効(0 点)とするので注意すること。

(4) 解答はそれぞれ別の解答用紙の枠内に書くこと(裏面使用可)。

(5) それぞれの解答用紙には、受験番号、氏名、選択した問題の番号を記入すること。

(6) この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題1　地質学　(100点)

以下の問い（問1，問2）に答えよ．

問1　次の文章を読んで以下の設問に答えよ．

２０世紀前半，ドイツの気候学者(ア)は，(イ)をはさんで向かい合った大陸の海岸線が丁度ジクソウパズルのピースのように互いにぴったりくっつく事に気がつき，1915 年に「大陸と海洋の起源」という歴史に残る著書を作成した．(ア)はそれぞれの大陸上に残された石炭紀から二畳紀にかけての(ウ)性堆積物の分布が，ひと続きの大きな大陸氷床の存在によってうまく説明できると考えた．また，当時古生物学の研究においては，それぞれの大陸における古生代から中生代の初めの地層中に，海を渡ることのできない同じ種類の（ エ)類や(オ)類や植物などの分布が知られており，陸橋説が唱えられていた．(ア)は，この古生物学的な類似性も大陸がひとつであればよりうまく説明できることに気がついた．

このようにして(ア)は，古生代の後半にひとつの超大陸（ カ)が地球上に存在し，その後分裂・移動して現在のように分かれたと考えた．(キ)説と呼ばれるこの考え方はあまりに先駆的であり，その時代の科学水準ではその原動力が説明できないため，一般には認められず衰退していった．1960 年代になり技術革新が進むと，それまで未開の地であった深海底の研究が盛んになり，海洋底拡大説という考え方が誕生した．これに伴い，彼が提唱した（ キ)説が再び脚光を浴びるようになった．このような歴史を踏まえ，「プレートテクトニクス」という地球科学の重要な学説は生まれていったのである．

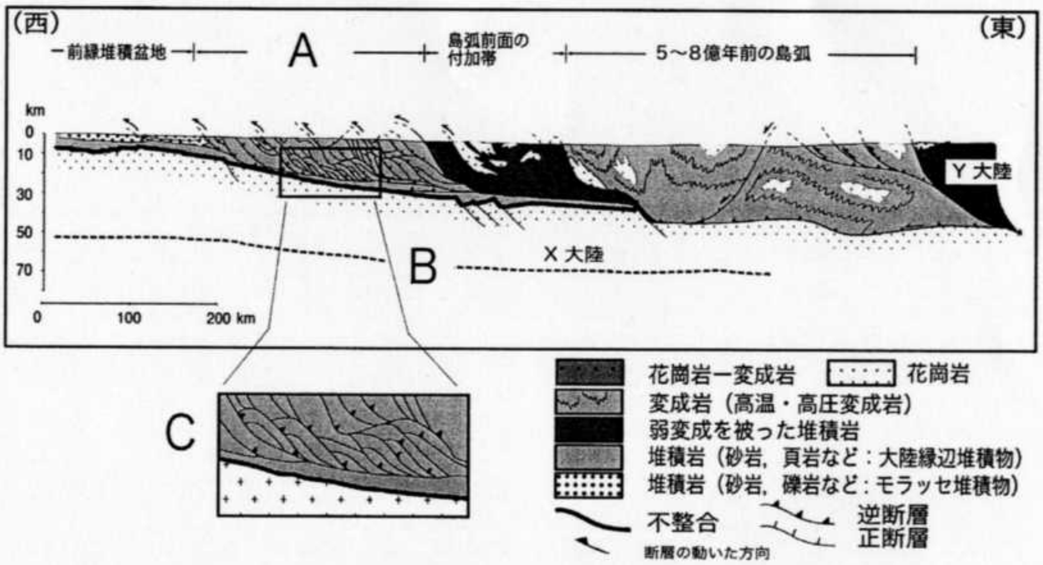


図　1　現在の北アメリカ大陸東海岸の断面図

1）(ア)ー(キ)にあてはまる名称・用語を記せ．

2）図１は超大陸(カ)の形成時に大陸衝突が起こった地帯の現在の地質断面図である．

a) 褶曲や逆断層が特徴的なＡ地帯の地質学的な総称を述べよ．

b) 境界面Ｂの名称を記せ．

c) 逆断層によって地層が積み重なったＣでみられる構造の名称を記せ．

3）超大陸(カ)の形成時，Ｘ大陸とＹ大陸が衝突してできた巨大山脈の名称を記せ．また，超大陸(カ)を取り囲む超海洋の名称を記せ．

4）海洋底拡大説とはどういう学説で，どのような証拠で証明されたかを説明せよ．

(次ページに続く)

問2　図2にはZ島の地形図と地質図が示してある．以下の設問に答えよ．

1) 地質図A−B間の断面図を作成せよ．定規を使ってもよい．

2) 不整合がみられる位置を断面図に図示せよ．

3) 地質図から読み取れる地史をまとめよ．

4) 断層はどの方向にどのようにずれたか．また，その変位量を求めよ．

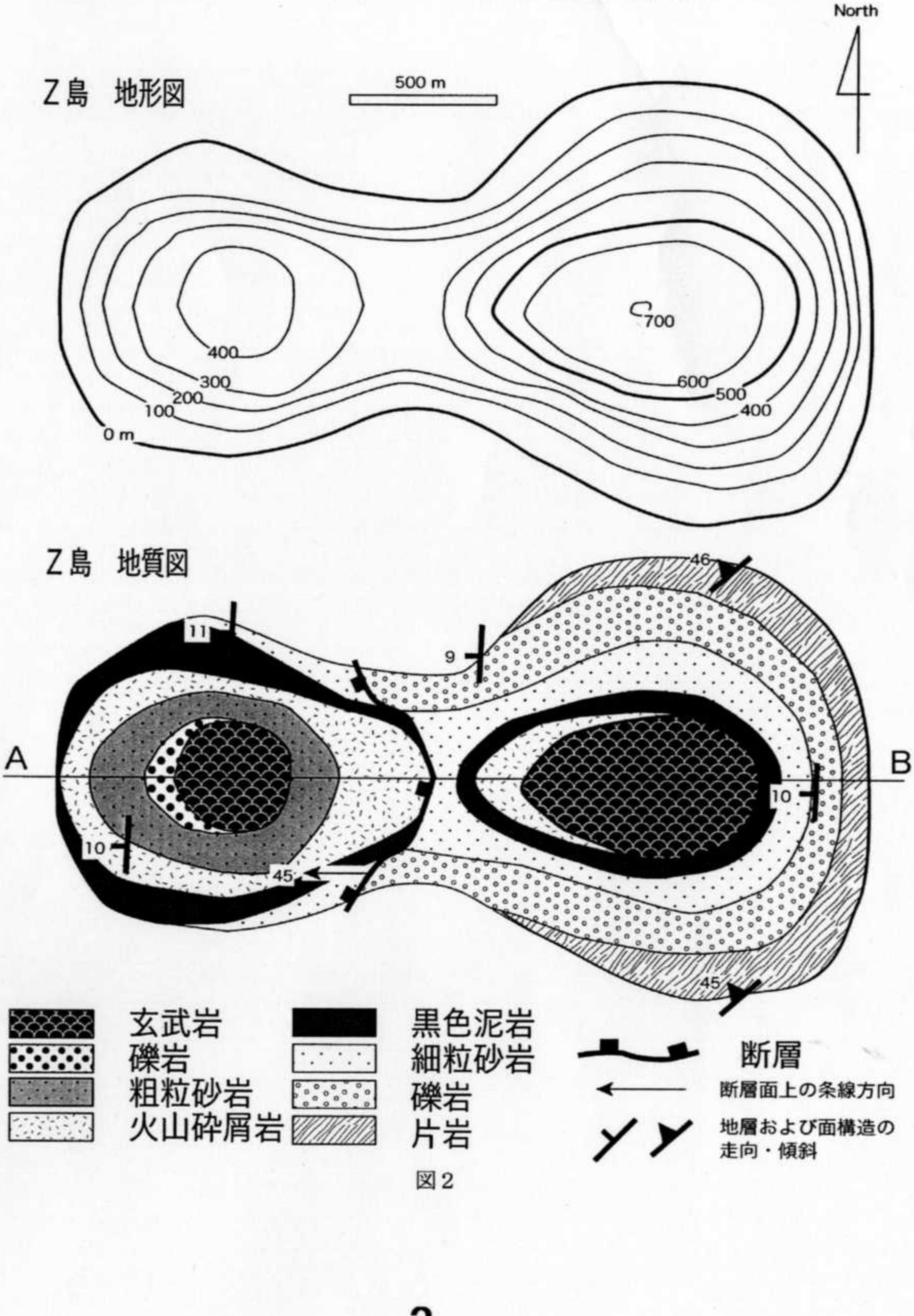
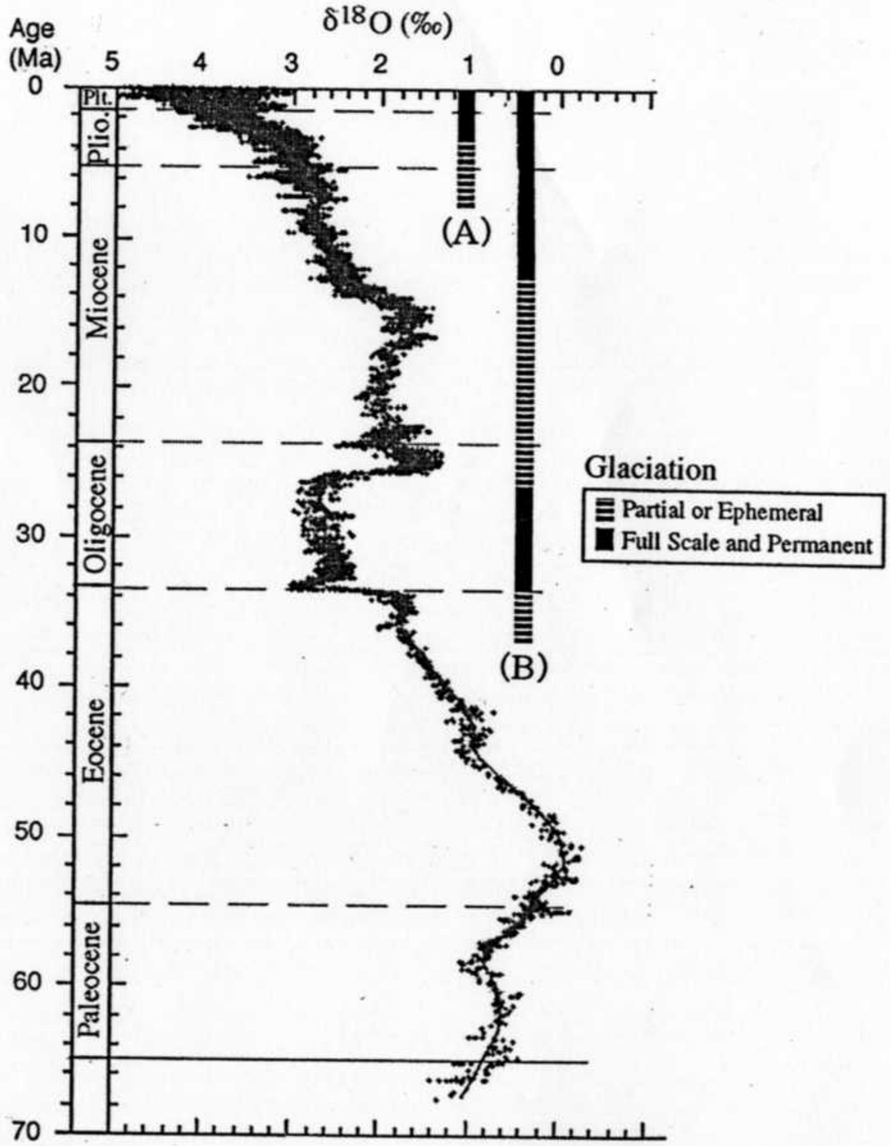


図2

問題２　古環境学・古生物学（100 点）

下図は海洋堆積物から得た$\delta^{18}O$ 値(‰) の変動を示したものである。下記 (a)～(g) について答えよ。



(a)　試料はどのような方法で採取されたか。また、試料中のどのような物質を用いて$\delta^{18}O$ 値を測定したのか記せ。

(b)　$\delta^{18}O$ 値の変動は、どのような古環境学的情報を示すか。簡潔に述べよ。

(c)　図中の約 68Ma から現在に至るまでの$\delta^{18}O$ 値変動について簡潔に解釈せよ。

(d)　図中の時代を示す欄の「Plio.」とは何か。また、この時代に起った環境変動・イベントを説明せよ。

(e)　0Ma の$\delta^{18}O$ 値は約 3.5‰である。図の「Plt.」の部分ではそれ以前に比べ、$\delta^{18}O$ 値の振幅が大きい。その理由を記せ。

(f)　大陸氷床の発達の歴史が、南北半球に分けて図中の (A) および (B) で示されている。(A)、(B) それぞれのどちらが南半球か北半球か答えよ。また、発達機構について解説せよ。

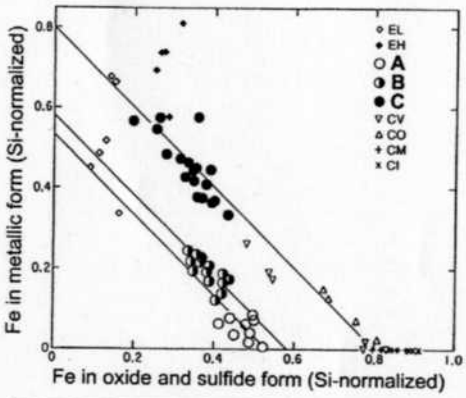
(g)　海氷の消長と気候変動との関わりについて述べよ。

問題3　岩石学・鉱物学（１００点）

以下の問い（**問１，問２**）に答えよ。

問１　隕石および惑星の岩石学的進化について、以下の文を読み各問いに答えよ。

隕石は、太陽系が形成された初期の物理化学的過程や、その後の惑星進化過程について、実際に手にとって調べることが出来るほぼ唯一のものである。隕石は大きく（ あ ）的隕石と（ い ）した隕石に分けることが出来、（ あ ）的隕石からは太陽系での惑星形成以前の様子を、（ い ）した隕石からは惑星の進化過程を知ることが出来る。石質隕石において、（ あ ）的隕石の多くは（ う ）と呼ばれる１㎜ 程度の球状の鉱物集合体を含んでおり、コンドライト隕石と呼ばれ、（ い ）した隕石は（ う ）を含まないことから（ え ）隕石と呼ばれる。

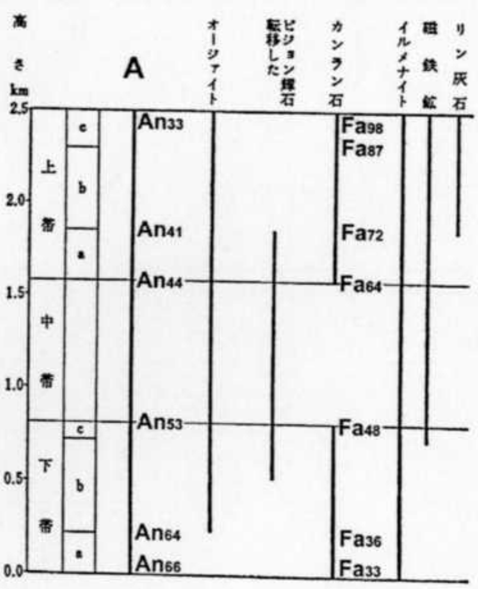


（１）　文中の（ あ ）～（ え ）に入るもっとも適切な語句を記せ。

（２）　右図はコンドライト隕石中の酸化状態にある鉄の量と金属鉄量をプロットしたものである。**A～C**は総称して普通コンドライトと呼ばれるものであるが、それぞれの名前を記し、右図から読み取ることが出来る各隕石の生成条件の違いを述べよ。

（３）　右の表は CI コンドライト隕石と平均地殻の主要元素組成を示したものである。地球は隕石と同様の岩石が集積して出来たと考えられており、隕石と近い組成を持つはずであるが、地殻の平均組成はそれとは異なっている。大きく異なる元素を挙げ、その理由を惑星の進化の点から説明せよ。

元素	CI 隕石 (atoms/10^6 Si)	地　殻 重量比(%)	原子量
O	7.64×10^6	46.60	16.0
Na	5.70×10^4	2.83	23.0
Mg	1.08×10^6	2.09	24.3
Al	8.49×10^4	8.13	27.0
Si	1.00×10^6	27.72	28.1
K	3.77×10^3	2.59	39.1
Ca	6.11×10^4	3.63	40.1
Fe	9.00×10^5	5.00	55.8



（４）　左の図はスケアガード貫入岩体中の層状をなす一連の岩石シリーズにおける沈積鉱物の組成を示したものである。**A**は二成分固溶体をなす鉱物を示しているが、何という鉱物か記し、下帯から上帯へ向けての組成変化を二成分固溶体系の相図を描き説明せよ。（ただし、**A**の **An** で示した数字はアノーサイト端成分の割合、カンラン石の **Fa** で示した数字はファイヤライト端成分の割合を示す。）

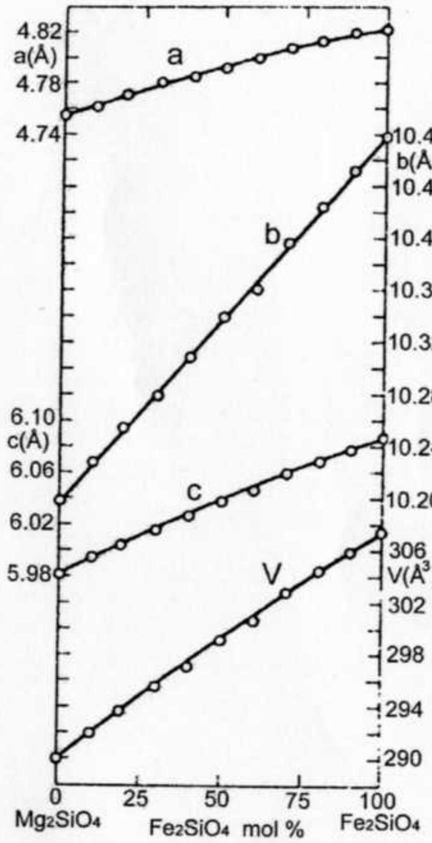
（次ページに続く）

問２　鉱物の結晶構造について、以下の各問いに答えよ。

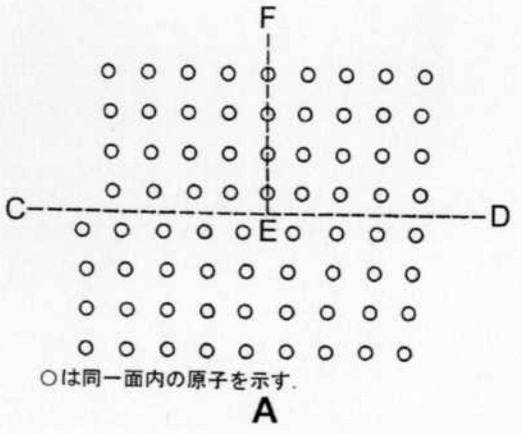
（１） 鉱物のほとんどは、その内部で原子が規則的に配列した結晶である。結晶内での原子配列（結晶構造）を調べる方法としてＸ線と結晶の相互作用を利用したＸ線回折法が用いられるが、この相互作用は、物理的にはＸ線と電子の相互作用に起因している。Ｘ線回折に最も深く関係したＸ線と電子の相互作用について説明せよ。

（２） 原子からのＸ線の散乱は電子から放出されるＸ線の和として考えることが出来る。結晶からのＸ線の回折は、三次元的に周期配列した原子から散乱されるＸ線のすべてが同位相になったときに起こる。ブラッグは原子の三次元配列を、原子網面とその積層とに分けて考え、それぞれにおいて同位相になるための条件を求め、ブラッグの回折条件として示した。この二つの条件を記せ。

（３） 結晶内での原子の最小の繰り返しの単位は単位胞と呼ばれる。単位胞は平行六面体をなし、ａ、ｂ、ｃの各稜の長さとその間の角α、β、γで特徴づけられる。固溶体をなすような鉱物では、単位胞の各稜の長さや体積（Ｖ）と成分の割合が相関する場合が多い。カンラン石の例を右図に示す。カンラン石について、単位胞の大きさと成分の割合が右図のように相関する理由を説明せよ。また、Ｘ線回折法においてカンラン石の ０２０ 反射の面間隔が 5.17 Åであった場合の各成分の割合を求めよ。ただし、カンラン石では$\alpha=\beta=\gamma=90°$ である。

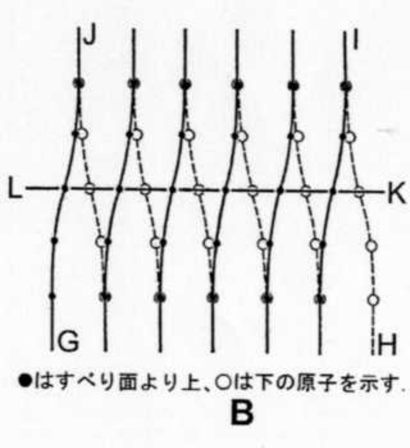


（４） 実際の結晶では、原子配列は完全に規則正しくなってはおらず、部分的に原子配列の乱れがみられ、これらは格子欠陥として知られている。下図に、一次元格子欠陥を**Ａ**、**Ｂ**の二種類示しているが、それぞれ何と呼ばれているか名前を記し、必要であれば図中に示されたＣ～Ｌの文字を使って、それぞれの特徴を説明せよ。



○は同一面内の原子を示す.

A



●はすべり面より上、○は下の原子を示す.

B

問題4　一般化学（100点）

以下の問い（**問1**、**問2**）に答えよ。

問 1 塩の溶解度は塩を構成するイオンや分子の結合力によって影響される。以下の記述は、それを体系的に整理した Hard and Soft Acids and Bases （HSAB）理論についての記述である。以下の（a）から（h）までの問いに答えよ。

かたい塩基は、分極しにくく電気陰性度が大きく、かたい酸は、体積が小さく高い正電荷を持つ。一方、柔らかい塩基は、分極しやすく電気陰性度が小さく、柔らかい酸は、体積が大きく低い正電荷を持ち、電気陰性度が小さい。そして、かたい塩基とかたい酸は、安定なイオン結合性の化合物を作り、一方、やわらかい酸とやわらかい塩基は、共有結合性の強い化合物を作る。

下記に、マグネシウムと銀のハロゲン化物の溶解度積のデータをまとめた。

ハロゲン元素 ＼ 金属元素	F	Cl	Br	I
Mg	1.0×10^{-8}	> 1	> 1	> 1
Ag	> 1	1.0×10^{-10}	4×10^{-13}	1.0×10^{-16}

(a) ここで用いる“酸”、“塩基”という言葉は、必ずしも水素イオン、水酸化物イオンを放出するものではなく、より一般化され、電子対のやり取りで表わされている。この一般化において、電子対を供与するものは、酸か塩基か。

(b) ある元素の電気陰性度は、その原子が電子をどの位強く引きつけるかの目安である。 F, Cl, Br, I の電気陰性度の大小を比較せよ。また、その理由を記せ。

(c) 表中の銀のハロゲン化物の溶解性の順について、HSAB 理論を用いて説明せよ。

(d) フッ化マグネシウムとフッ化銀、フッ化マグネシウムと塩化マグネシウムの溶解度の大小について、HSAB 理論を用いて説明せよ。

(e) HSAB 理論によると、Na イオンと Mg イオンはどちらがよりかたい酸と言えるか。その理由とともに答えよ。また、Na イオンと K イオンについても比較し、理由とともに答えよ。

(f) フッ化ナトリウムとフッ化マグネシウムのどちらがよく水に溶解すると予想されるか。そう判断した理由とともに答えよ。

（次ページに続く）

(g) 水酸化物イオンは、かたい塩基、やわらかい塩基のどちらの塩基に分類されているか、答えよ。また、その理由を金属イオンの溶解度を考察しながら、記述せよ。

(h) 塩化マグネシウム 0.001 mol/*l*、臭化マグネシウム 0.001 mol/*l*、ヨウ化マグネシウム 0.001 mol/*l* の混合溶液 1 *l* に硝酸銀を 0.005 mol 加えた時、その溶液から生じる沈殿の組成とその上澄み溶液に溶解している Ag イオン、I イオン、Br イオン、Cl イオンの溶解量を計算せよ。計算では、上表のデータを用い、硝酸銀添加による体積変化を無視せよ。結果は有効数字 1 桁で答えよ。

問 2 次の文を読み、以下の (a) から (d) までの問いに答えよ。

分子の集合体は様々な興味深い挙動をする。これは究極的には分子の（ア）な動きがもたらす（イ）要素に起因する。例えば、濃度が異なる二つの溶液を（ウ）で隔てると浸透圧が生じる。（ウ）は（エ）分子しか通さない。ところが、溶液の濃度が異なると、単位時間中に（エ）分子が（ウ）に衝突する（オ）が（エ）分子の個数に比例して異なるため、結果的に濃度が薄い溶液から濃度の濃い溶液に、圧力に逆らって（エ）分子が移動する。この現象は、（エ）分子にしか依存せず、（カ）分子の種類によらない。（イ）要素に還元する熱力学特有の扱い方である。しかし、実際の溶液は単純ではなく、（カ）分子同士や（エ）分子と（カ）分子の相互作用が無視できないことがある。

(a) 上の（ア）から（カ）に当てはまる適当な言葉を以下の言葉から選べ。
確率、温度、半透膜、薄膜、溶質、錯体、イオン、溶媒、不規則、規則的、束一的、確率的

(b)（カ）分子同士が相互作用し、引きつけ合う場合、浸透圧はどう変化すると予想されるか。理由とともに答えよ。

(c)（エ）分子と（カ）分子が相互作用し、引きつけ合う場合には浸透圧はどう変化すると予想されるか。理由とともに答えよ。

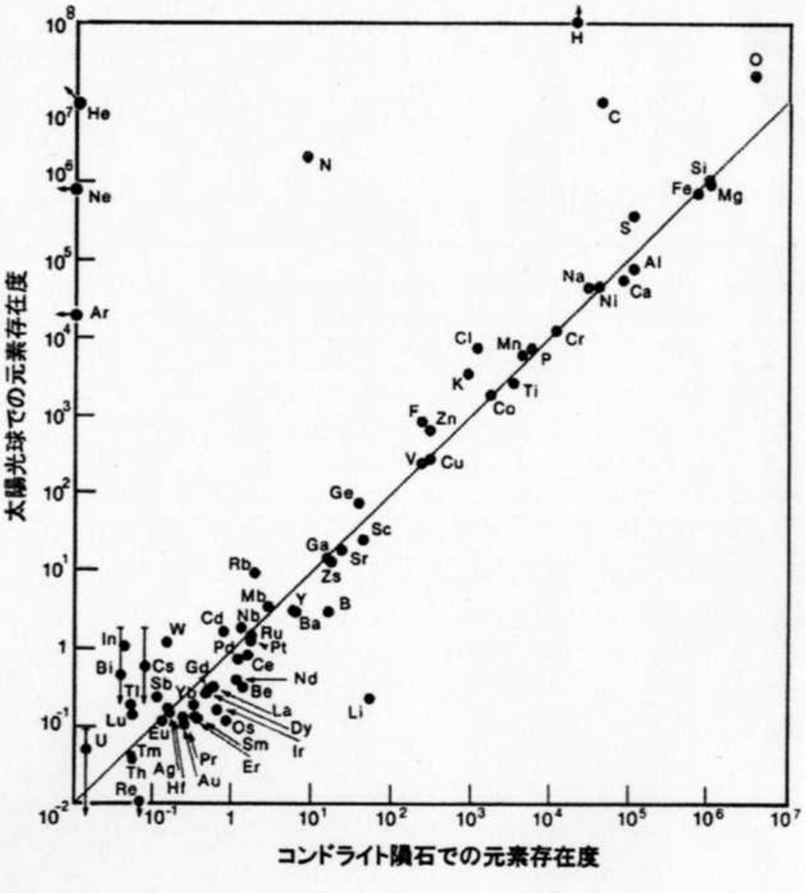
(d) 下の現象例中には、分子の集合体の（ア）な動きがもたらす（イ）現象の例が、三つ以上含まれている。そのうち三つを選べ。
共有結合、イオン結合、電池、化学平衡、凝固点降下、沸点上昇、結合角、散乱、相転移、気体の圧力、塩析、酸化還元、炎色反応、触媒作用

問題5 地球化学（100点）

以下の問い(**問1**、**問2**)に答えよ。

問1 次の文章を読んで、(a)-(d)に答えよ。

太陽系の元素存在度は、太陽系の起源や惑星の形成過程を考える上で重要である。大部分の元素についての元素存在度はコンドライト隕石の分析値から推定されるが、水素、炭素、窒素などについての元素は太陽の分光分析などの手法で元素存在度が求められる。下図は縦軸に太陽光球、横軸にコンドライト隕石における元素存在度を、ケイ素（＝１０^{6}個）で規格化してプロットしたものである。図中で水素などに付された矢印は、プロットされる位置がグラフの外の矢印の方向にあるということを示す。



(a) コンドライト隕石と太陽光球との間で多くの元素の存在度がよく一致している。これはコンドライト隕石のどのような形成過程を反映していると考えられるか述べよ。

（次ページに続く）

(b)　希ガスは太陽光球における存在度がコンドライト隕石における存在度を大きく上回っている。この理由を述べよ。

(c)　酸素は、希ガスと同様に、太陽により多いものの、隕石にも多く存在している。これは酸素のどのような性質を反映しているか説明せよ。

(d)　太陽系の元素存在度には、原子番号が大きくなるとその元素の存在度は減少するという傾向がある。しかしながら、鉄および鉄に近い原子番号の元素は存在度が高く、その傾向に当てはまらない。その理由として考えられることを述べよ。

問2　次の文章を読んで、(a)-(c)に答えよ。

太陽系の元素存在度の組成をもつ降温中の高温のガスからさまざまな固体微粒子が凝縮し、それらの微粒子が集合し微小天体が形成されることを考える。ここでは水素、酸素、マグネシウム、ケイ素、鉄の５元素に着目する。 今簡単のため、ガスからまずＦｏ$_{５５}$のカンラン石（$(Mg,Fe)_2SiO_4$）が凝縮し、その後残った酸素がすべて水素と結合することで氷（H_2O）が凝縮し、カンラン石と氷の微粒子からなる微小天体が形成されると仮定する。下の表に５元素の原子量と、ケイ素（＝１０^6個）で規格化した存在度を示す。また、カンラン石と氷は温度圧力に依らず密度は一定で、それぞれ3.7×10^3kg/m^3 と 1.0×10^3kg/m^{3}とする。

	水素	酸素	マグネシウム	ケイ素	鉄
原子量	1.0	16	24	28	56
存在度	2.7×10^{10}	2.0×10^{7}	1.1×10^{6}	1.0×10^{6}	9.0×10^{5}

(a)　微小天体中のカンラン石/氷比（重量比）を求めよ。計算式を示すとともにその結果を有効数字２桁で記せ。

(b)　微小天体の密度（kg/m^3）を有効数字２桁で求めよ。ただし、微小天体内部には空隙がないと仮定する。

(c)　太陽系形成時に存在していた放射性核種（たとえば^{26}Al）の壊変エネルギーにより、天体内部が昇温し氷が融解することを考えてみる。天体内部にはさまざまな放射性核種が存在していたが、氷融解に最も寄与したのはどのような特徴を持つ核種と考えられるか、その特徴を述べよ。

問題 6　熱力学 (100 点)

理想気体に関する以下の問い (**問 1**、**問 2**) に答えよ。

問 1 室温に近い、ある一定の温度 T に保たれている 1 原子分子の理想気体が及ぼす圧力 P と運動エネルギーを考える。x、y、z 方向の辺の長さが L の立方体中に、十分希薄な状態で N 個の分子が入っている。分子は立方体の壁と完全弾性衝突をし、単位時間当たりの運動量の変化が壁に力を及ぼし、圧力を生じると考える。以下の文章の (ア)〜(シ) 内に、最も適切な数式を入れて文章を完成せよ。結果のみ記せ。さらに問い **(1)**〜**(2)** に答えよ。

まず、一つの分子の、x が正の方向の運動を考える。分子の質量を m、速度成分を v_x とすると、一回当たりの衝突による運動量の変化は (ア) である。分子は、一方の壁に衝突してから次に同じ壁に衝突するまでの間に $2L$ の距離を運動するから、単位時間当たり壁に (イ) 回衝突することになる。単位時間当たりの運動量の変化を考えると、分子の衝突が壁に及ぼす力は (ウ) となる。これより、一分子の及ぼす、時間平均した単位面積当たりの力 p は、(ウ) を壁の面積 L^2 で割り、立方体の体積 $V(=L^3)$ と m、v_x を用いて、$p =$(エ) となる。立方体中の N 個の分子全体が及ぼす力の総和が P なので、p の N 個の分子に関する和から P を求めることができる。すなわち、N 個の分子の x 方向の速度成分の 2 乗平均を $\overline{v_x^2}$ とすると、$\Sigma v_x^2 = N\overline{v_x^2}$ とおけるので、$P =$(オ) である。同様に y 方向、z 方向の 2 乗平均速度 $\overline{v_y^2}$、$\overline{v_z^2}$ を考えると、$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ であるから、N 個の分子の速さの 2 乗平均 $\overline{v^2}$ は、$\overline{v_x^2}$ を用いて、$\overline{v^2} =$(カ) と表すことができる。したがって、$\overline{v^2}$ を用いれば、$P =$(キ) と表すことができる。一方で、モル数が n の理想気体に対する状態方程式は、気体定数 R を用いて、$P =$(ク) と表すことができる。両式を比較すると、アボガドロ定数を N_A として N を n と N_A で表せば、$N =$(ケ) なので、$RT =$(コ)、すなわち N_A 個の分子による運動エネルギーは RT の (サ) 倍ということになる。また、同様にこれをボルツマン定数 k を用いて表すと、kT の (シ) 倍になる。

(1) 上の結果を用いて、分子量 40 の気体分子が $\overline{v^2} = (400\mathrm{ms^{-1}})^2$ で運動しているときの気体の温度を求めよ。ただし $R = 8.31 \times 10^3 \mathrm{JK^{-1}kmol^{-1}}$、$N_A = 6.02 \times 10^{26} \mathrm{kmol^{-1}}$ とせよ。

(2) 上の気体が箱の中に $10^9 \mathrm{m^{-3}}$ の数密度で入っているとき、箱の内部の圧力を求めよ。

問 2 室温に近い温度 T の、アボガドロ定数個の分子からなる理想気体の内部エネルギー U に関する以下の問い **(1)**〜**(4)** に答えよ。室温では、分子の振動エネルギーは無視できるものとし、考え方も簡潔に記すこと。

(1) 定積モル比熱 c_v は U と T を用いてどのように表すことができるか。

(2) 問 1 で考えたような 1 原子からなる分子の場合、定積モル比熱 c_v は、R を用いてどのような式で表されるか。

(3) 2 原子分子の場合、エネルギー等分配の法則が成り立つとすると、定積モル比熱 c_v は、R を用いてどのような式で表されるか。

(4) 熱力学第一法則の式 $dU = \delta W + \delta Q$ を基に、準静的な断熱過程を考えた場合、ポアソンの法則 $TV^{(\gamma-1)} =$ 一定　が成り立つことを示せ。ただし、δW は加えた仕事、δQ は加えた熱、$\gamma = \dfrac{c_v + R}{c_v}$ とする。

問題7　力学（100点）

以下の問い（**問1～問3**）に答えよ。

問1　質量mの質点の鉛直方向の1次元運動を考える。鉛直上向きにz座標をとる。重力加速度の大きさはg（正の定数）とし、方向はz軸負の向きとする。この質点に、重力に加えて、速度 v に比例する抵抗力

$$F=-\lambda v$$

が働く場合を考える。ここでλは正の定数であり、時間$t=0$に$z=0$、$v=0$であるとする。

（1）加速度aをv、g、mおよびλを用いて表せ。

（2）速度vを時間tの関数として求めよ。

（3）終端速度（$t\to\infty$での速度）を求めよ。

（4）位置zを時間tの関数として求めよ。

問2　次の文の｛　　｝に入れるのに適切な式を、できるだけ簡潔な式に変形して答えよ（途中の計算も記すこと）。

半径Rの惑星内部の密度分布が$\rho(r)$という中心からの距離rの関数として与えられているときに中心を通る軸の周りの慣性モーメントは

$$\int_0^R \{\qquad\qquad\qquad\qquad\} dr$$

で与えられる。

（次ページに続く）

問３　３つの質点Ｐ$_1$、Ｐ$_2$およびＰ$_3$が互いに重力を及ぼしあっている。それぞれの質量をm_1、m_2およびm_3、位置ベクトルを$\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$および$\boldsymbol{r}_3$とし、万有引力定数をGとする。

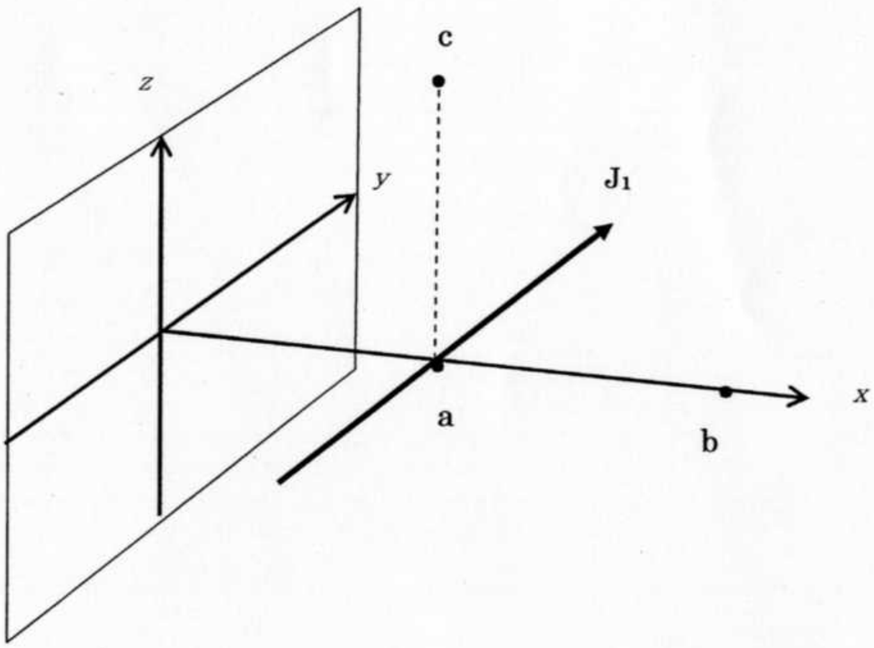
（１）重力ポテンシャルUをG、m_1、m_2、m_3、$\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$および$\boldsymbol{r}_3$のうち必要なものを用いて表せ。ただし、３つの質点が互いに無限に離れた状態を基準に取ること。

（２）質点Ｐ$_1$に働く力$\boldsymbol{F}_1$を重力ポテンシャルから求めて、G、m_1、m_2、m_3、$\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$および$\boldsymbol{r}_3$のうち必要なものを用いて表せ（途中の計算も記すこと）。

問題8　電磁気学（１００点）

以下の問い（問１，問２）に答えよ。

問１　下図の座標系（x,y,z）において，yz 面に無限に広い完全導体の板が置かれており、ここにa点$(l,0,0)$を通ってy軸に平行で＋y方向に向かう無限に長い線電流$\mathbf{J_1}$を流す。このときの磁束密度Bの分布に関して，以下の(1)～（4)に答えよ。



（1）導体の板が無いとき，$\mathrm{rot}\mathbf{B}=\mu\mathbf{J}$　（J：電流密度，μ：透磁率）から出発して，直線電流$\mathbf{J}_1$からの距離rの点での磁束密度の大きさBを導け。

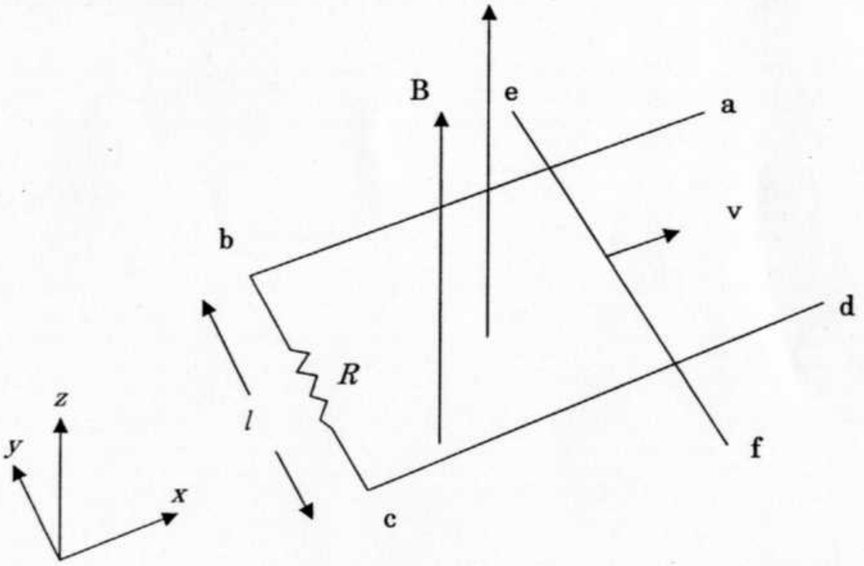
（2）導体の板があるとき，原点（$\varepsilon,0,0$)，（$\varepsilon\to+0$）における磁束密度ベクトル$\mathbf{B}=(B_x,B_y,B_z)$を求めよ。

（3）導体の板があるとき，b 点$(2l,0,0)$における磁束密度の大きさ B は，導体の板が無いときに比べて何倍となるか。

（4）導体の板があるとき，c 点$(l,0,\dfrac{2\sqrt{3}}{3}l)$における磁束密度ベクトル$\mathbf{B}=(B_x,B_y,B_z)$を求めよ。

（次ページに続く）

問 2　下図の座標系（x,y,z）において，z 方向に一様な磁束密度 **B** が存在する。ここで，xy 面に抵抗 R を含む完全導体の導線 abcd を置き，ab と cd は x 軸に，bc は y 軸に平行とし，bc の長さは l とする。つぎに，完全導体の導線 ef を y 軸に平行に置き，abcd の上を一定速度 **v** で x 方向に滑らせる。ただし滑る際の摩擦はないとする。このとき発生する電磁誘導に関して，以下の（1）～（5）に答えよ。



（1）抵抗 R の長さは短いとして，抵抗の両端にかかる電圧を求めよ。

（2）抵抗 R を流れる電流を求めよ。

（3）抵抗 R で消費される電力 W_E を求めよ。

（4）導線 ef を引っ張るのに必要な力を求めよ。

（5）（4）の力がする仕事率 W_K を求め，抵抗 R が消費する電力 W_E との大小を比較せよ。

問題9　物理数学(100点)

時間t，位置xに関する１次元の熱伝導方程式は

$$\frac{\partial T}{\partial t}=K\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad (1)$$

で与えられる．ここでTは温度，Kは温度伝導度であり正の定数とする．
以下の問い（**問１～問5**）に答えよ．答えに至る過程も示すこと．

問１　長さ2πの棒の定常温度分布について考える．棒の両端$x=0$および$x=2\pi$で温度が一定温度T_1，T_2（境界条件(2)）に保たれている場合の棒の温度分布を求めよ．

$$T(0)=T_1 \quad , \quad T(2\pi)=T_2 \qquad (2)$$

問２　両端での境界条件が，$T(0,t)=T(2\pi,t)$　および　$T_x(0,t)=T_x(2\pi,t)$　（ここで$T_x=\dfrac{\partial T}{\partial x}$である）を満たす(1)の解 $T(x,t)$ を $T(x,t)=\Theta(t)X(x)$と置き，変数分離法によって求める．ただし変数分離定数を$-k^2$と置きkは0以上の実数とする．

(a)　Θ，Xが従う常微分方程式はそれぞれ(3)，(4)となることを示せ．

$$\frac{d\Theta}{dt}+k^2\Theta=0 \qquad (3) \qquad , \qquad \frac{d^2X}{dx^2}+\frac{k^2}{K}X=0 \qquad (4)$$

(b)　(4)の一般解は$X(x)=A\cos\dfrac{k}{\sqrt{K}}x+B\sin\dfrac{k}{\sqrt{K}}x$で与えられることを示せ．

(c)　$X(x)$が両端での境界条件を満足するための必要条件は，$k=\sqrt{K}n$，$(n=0,1,2,3,\cdots)$であることを示せ．

問３　問２で求めたそれぞれのnに対応する一般解$X_n(x)$は積分定数をA_n，B_nとすると，

$$X_n(x)=A_n\cos nx+B_n\sin nx \qquad (5)$$

で与えられる．$X_n(x)$と対になる時間成分の一般解$\Theta_n(t)$は$\Theta_n(t)=C_n\exp\left(-Kn^2t\right)$で与えられることを示せ．ここで$C_n$は積分定数である．

（次ページに続く）

問４　以上より境界条件を満足する一般解は,

$\dfrac{a_0}{2} = A_0 C_0,\qquad a_n = A_n C_n,\ \ b_n = B_n C_n,\ \ (n = 1,2,3,\cdots)$　と置くと,

$$T(x,t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(a_n \cos nx + b_n \sin nx\right) \exp\left(-Kn^2 t\right) \qquad (6)$$

で与えられる.
ここで初期条件 $T(x,0) = f(x)$ を満たす解を求める.
$f(x)$ は $f(0) = f(2\pi),\quad f'(0) = f'(2\pi)$ を満たす任意の関数である.
初期条件を満たす積分定数 a_n, b_n を求めよ.

問５　問４で求めた解で, 初期条件が(7)で与えられる場合, 無限に時間が経過した後の温度分布を求めよ. ただし, T_1, T_2, T_3 は定数である.

$$\left.\begin{array}{ll} f(x) = T_1 \ , & 0 < x < \frac{2}{3}\pi \\ f(x) = T_2 \ , & \frac{2}{3}\pi < x < \frac{4}{3}\pi \\ f(x) = T_3 \ , & \frac{4}{3}\pi < x < 2\pi \end{array}\right\} \qquad (7)$$