

問題9 物理数学 (100 点)

以下の問い (問1~問5) に答えよ。

問1 以下の関数 $f(x)$ を $x=0$ においてテーラー展開せよ。

$$f(x) = \cos x$$

問2 以下の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 2$$

問3 3次元直交直線座標系において、 \vec{r} を原点に対する位置ベクトルとすると、ベクトル場

$$\vec{A} = \frac{\vec{r}}{r^3}$$

の発散を求めよ。ただし、 $r = |\vec{r}|$, $r \neq 0$ とする。

問4 区間 $[-\pi, \pi]$ において以下の式で与えられる周期 2π の関数 $f(x)$ をフーリエ級数に展開せよ。

$$f(x) = x$$

問5 次の方程式を解き、 z を求めよ。ただし、 i は虚数単位である。

$$z^2 = i$$