問２　以下の設問（１），（２）に答えよ。

（１）真空中の電荷と電場の関係はガウスの法則で与えられる。すなわち，閉じた曲面 S で囲まれる空間内の総電荷が Q であるとき，S 上での電場 $\mathbf{E}$ と Q の関係は

$$\int_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{n}\,dS=\frac{Q}{\epsilon_0}$$

となる。ここで $\int_S dS$ は S 上での面積分を表し，$\mathbf{n}$ は S の単位法線ベクトル(外向き)，ϵ_0 は真空の誘電率である。電荷が静止していて電荷分布が点 O のまわりに球対称の場合，閉曲面 S として図３のように中心 O，半径 r の球面を考えれば，対称性から S 上の電場は簡単に求めることができる。S 内の総電荷を $Q(r)$ とすると，S 上での電場の大きさ $E(r)$ は

$$E(r)=\frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

となることを示せ。

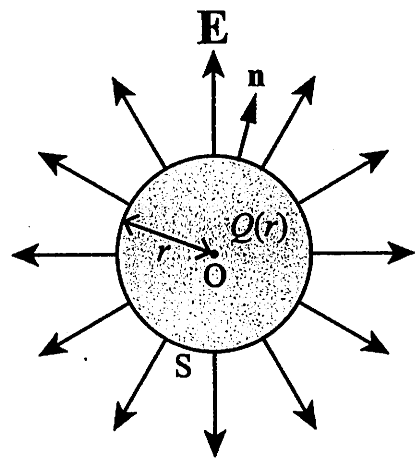

図３　球対称電荷分布による電場

（２）半径 a の球内に球対称に分布した電荷があり，その電荷密度 ρ は中心からの距離 r に比例している。すなわち電荷分布は

$$\rho(r)=\begin{cases}\rho_0\dfrac{r}{a} & (0\le r\le a)\\[2ex] 0 & (r>a)\end{cases}$$

で与えられている。ただし，$\rho_0>0$ であり，電荷は静止している。このとき，以下の設問 (a)，(b) に答えよ。

(a) 電荷の作る静電場の大きさ $E(r)$ を r の関数として求め，グラフで表せ。

(b) 静電ポテンシャル $\phi(r)$ を r の関数として求め，グラフで表せ。ただし，静電ポテンシャルは無限遠で０とする。