

(問題6の続き)

(B) 理想気体で成立する関係式に関する以下の設問 (i)~(iii) に答えよ。

ここで、理想気体は、状態方程式

$$PV = nRT \quad (7)$$

に従う物質であると定義される。 R は気体定数である。また、定積モル比熱 C_V は定数であるものとする。その他の記号の意味は (A) と同じである。

(i) 式 (4) と理想気体の状態方程式 (7) から、理想気体においては、内部エネルギー U について

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0 \quad (8)$$

が成り立つことを示せ。

(ii) 式 (5) と理想気体で成立する関係式 (8) から、内部エネルギー U が絶対温度 T の関数として

$$U = nC_V(T - T_0) + U_0 \quad (9)$$

と表されることを示せ。ただし、ある基準となる絶対温度 T_0 、体積 V_0 において、内部エネルギーは U_0 であるものとする。

(iii) これまでに出てきた関係式 (1)~(9) のうち必要なものを用いて、エントロピー S が絶対温度 T と体積 V の関数として

$$S = nC_V \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0} + S_0 \quad (10)$$

と表されることを示せ。ただし、ある基準となる絶対温度 T_0 、体積 V_0 において、エントロピーは S_0 となるものとする。

問2 熱力学第2法則にはさまざまな表現がある。そのうちの2つが以下の [ア] と [イ] である。

[ア] から [イ] が導かれることを示せ。

[ア] ある過程の中で、熱機関が N 個の熱源と順に接するものとする。それらの熱源を番号 $i = 1, \dots, N$ で表し、それぞれの熱源の絶対温度は T_i ($i = 1, \dots, N$) であるとする。その過程においては、熱機関は i 番目の熱源からそれぞれ熱 Q_i ($i = 1, \dots, N$) を受け取るものとする。熱機関のエントロピーが、その過程を経て S_A から S_B に変わったものとする、

$$\sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i} \leq S_B - S_A$$

が成立する。

[イ] 熱源が一つのみあるとき、その熱源から熱を取り、外部に対して正の仕事をするサイクルを行う熱機関を作ることはいかなる（トムソンの原理）。