

問題7 力学 (100点)

以下の問い (問1, 問2) に答えよ。

問1 自然長 l_0 , ばね定数 k を持つばねを用意し, 図1のように水平面から角度 θ をなす斜面にばねの上端を固定した。下端には質量 m の物体を取り付けた。また, 鉛直方向下向きに一定の大きさ g を持つ重力加速度が働いている。図1に示したように斜面に沿って上向きに x 軸をとる。以下の設問 (1) ~ (9) に答えよ。ただし, 物体は質点として扱ってよい。また, 斜面と物体との摩擦は無視できるとする。

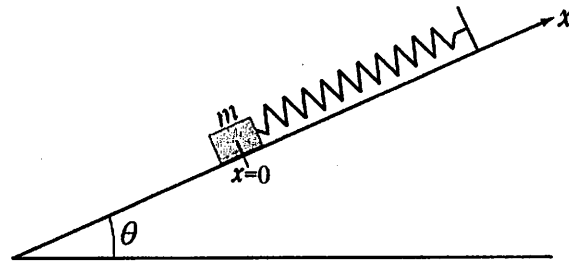


図1 斜面でばねにつながった質点の運動

- (1) 今, 物体は重力とばねから受ける力によって釣り合い静止している。このとき, 自然長からのばねの伸びの長さ δx を求めよ。
- (2) 図のように物体が釣り合っている位置を $x=0$ とした場合の運動方程式を x の時間 t に関する微分方程式の形で示せ。
- (3) 設問(2)で導出した運動方程式の一般解を求めよ。
- (4) 時刻 $t=0$ で, 物体をばねの釣り合いの位置から $x=x_0$ に移動させ, x 成分の初速度 $v=v_0$ を与えて手を離れた。この場合の物体の位置 x と速度の x 成分 v を時間 t の関数として示せ。
- (5) 設問(4)の条件を与えたときの物体の位置 x の最大値 x_{\max} を求めよ。
- (6) この運動での物体の運動エネルギーを時間 t の関数として表せ。
- (7) $x=0$ を基準としたときの, この運動のばねのポテンシャルエネルギーを時間 t の関数として表せ。
- (8) この運動の重力の位置エネルギーを時間 t の関数として表せ。
- (9) 全エネルギー (力学的エネルギー) を求めよ。

(次ページに続く)